

Stratégie d'évolution

Recherche Opérationnelle et Optimisation
Master 1 I2L

SÉBASTIEN VEREL

verel@lisic.univ-littoral.fr

<http://www-lisic.univ-littoral.fr/~verel>

Université du Littoral Côte d'Opale

Laboratoire LISIC

Equipe CAMOME

Introduction aux stratégies d'évolution (evolution strategy)

Cours introductif de l'école d'été en évolution artificielle

- Anne Auger, juin 2012 : <https://sites.google.com/site/ecoleea2012/programme>

Optimization numérique

Définition : Problème d'optimisation numérique

- Espace de recherche : ensemble de toutes les solutions possibles,

$$\mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$$

- Fonction objectif : critère de cout (minimisation)

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

But : Résoudre un problème d'optimisation numérique

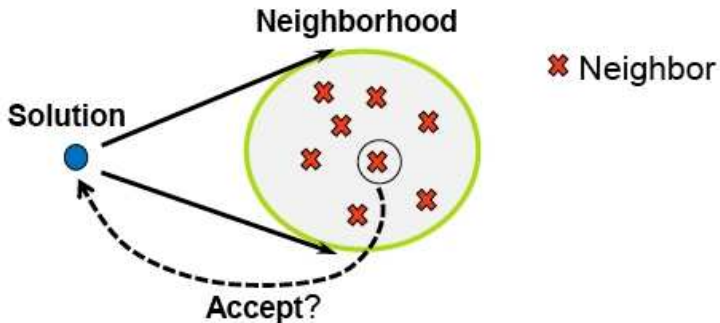
Trouver une des meilleures solution selon le critère :

$$x^* = \operatorname{argmin} f$$

Mais, des fois, ensembles des meilleures solutions, bonne approximation de la meilleure solution, bonne solution 'robuste', etc.

Stochastic algorithms with unique solution (Local Search)

- \mathcal{S} set of solutions (search space)
- $f : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$ objective function
- $\mathcal{V}(s)$ set of neighbor's solutions of s



Recherche Locale (LS)

- S ensemble des solutions (espace de recherche),
- $f : S \rightarrow \mathbb{R}$ fonction objectif à maximiser (ou coût à minimiser)
- $\mathcal{V}(s)$ ensemble des solutions voisines de s

Algorithme d'une Recherche Locale

Choisir solution initiale $s \in S$

repeat

 choisir $s' \in \mathcal{V}(s)$

$s \leftarrow s'$

until critère d'arrêt non vérifié

Hill-Climber (HC)

Heuristique d'**exploitation** maximale.

Hill Climber (best-improvement)

Choisir solution initiale $s \in \mathcal{S}$

repeat

Choisir $s' \in \mathcal{V}(s)$ telle que $f(s')$ est
minimale

$s \leftarrow s'$

until s optimum local

- Algorithme de comparaison
- Opérateur local de base de métaheuristique

Optimum local

Optimum local

Etant donné (S, f, \mathcal{V}) , f à minimiser.

x^* est un optimum local ssi pour tout $x \in \mathcal{V}(x^*)$, $f(x^*) \leq f(x)$

Optimum local strict

Etant donné (S, f, \mathcal{V}) , f à minimiser

x^* est un optimum local strict ssi pour tout $x \in \mathcal{V}(x^*)$, $f(x^*) < f(x)$

Hill-Climbing first-improvement

Hill-climber First-improvement (minimizer)

Choisir solution initiale $s \in \mathcal{S}$

repeat

Choisir $s' \in \mathcal{V}(s)$ aléatoirement

if $f(s') \leq f(s)$ **then**

$s \leftarrow s'$

end if

until s optimum local OU $\text{nbr d'éval.} \leq \text{maxNbEval}$

(1 + 1)-Evolution Strategy

(1 + 1)-ES

Choose randomly initial mean $m \in \mathbb{R}^n$

repeat

$x' \leftarrow m + \sigma \mathcal{N}(0, C)$

if $f(x')$ is better than $f(m)$ **then**

$m \leftarrow x'$

end if

until critère d'arrêt non vérifié

$\sigma \in \mathbb{R}$ (step size) et la matrice $C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ (covariance matrix) sont des paramètres de l'algorithme.

$(\mu/\mu, \lambda)$ -Evolution Strategy

$(\mu/\mu, \lambda)$ -ES

Choose randomly initial mean $m \in \mathbb{R}^n$

repeat

for $i \in \{1 \dots \lambda\}$ **do**

$$x'_i \leftarrow m + \sigma \mathcal{N}(0, C)$$

end for

Select the μ best solutions from $\{x'_1, \dots, x'_\lambda\}$

Let be $x_{:j}$ those solutions ranking by increasing order of f :

$$f(x_{:1}) \leq \dots \leq f(x_{:\mu})$$

$$m \leftarrow \sum_{j=1}^{\mu} w_j x'_{:j}$$

until critère d'arrêt non vérifié

avec $\hat{w}_i = \log(\mu + 0.5) - \log(i)$ et $w_i = \hat{w}_i / \sum_{i=1}^{\mu} \hat{w}_i$

(1 + 1)-Evolution Strategy with One-fifth success rule

(1 + 1)-Evolution Strategy with 1/5 rule

Choose randomly initial solution $m \in \mathbb{R}^n$

repeat

$x' \leftarrow m + \sigma \mathcal{N}(0, C)$

if x' is better than m **then**

$m \leftarrow x'$

$\sigma \leftarrow \sigma \times \exp(1/3)$

else

$\sigma \leftarrow \sigma / \exp(1/3)^{1/4}$

end if

until critère d'arrêt non vérifié

La matrice $C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ (covariance matrix) est un paramètre de l'algorithme.